Matemàtiques a l'art i art a les matemàtiques (I)

Maria Alberich i Carramiñana
Universitat Politècnica de Catalunya

El contingut d'aquest article es basa en un seguit de notes d'una conferència amb el mateix títol que vaig pronunciar al Palau Mercader de Cornellà de Llobregat, seu del Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA), el 24 de febrer de 2016. La xerrada es va fer en el marc de l'exposició temporal del MMACA «Quan l'art i les matemàtiques es toquen», amb obres de Maria Alberich-Carramiñana, Simon Beck, Joan Antoni Blanc, Herwig Hauser & Sebastian Gann, Icardi, Jordi Pericot i Ligia Unanue.

Les matemàtiques i l'art són dues disciplines que han mantingut un diàleg constant al llarg de tota la història de la humanitat. Tot sovint trobem manifestacions matemàtiques a l'art, i a la vegada manifestacions artístiques a les matemàtiques. A través d'aquestes línies observarem alguns exemples d'aquests dos fenòmens, acompanyats d'algunes reflexions personals sobre aquests punts de trobada. Alguns cops aquestes reflexions seran en forma d'una invitació a participar en petites experiències matemàtiques o artístiques, que podem compartir fàcilment amb amistats, canalla o alumnat.

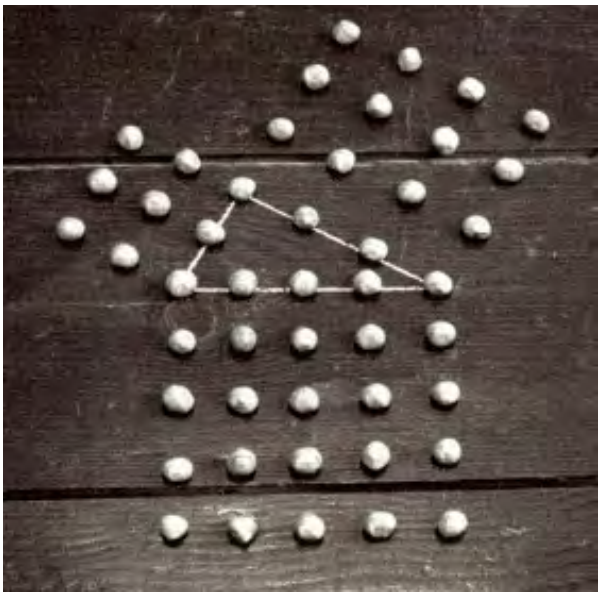
La primera manifestació de les matemàtiques a l'art, amb la qual iniciem la nostra observació, és la que mostra la matemàtica, la ciència com a esdeveniment històric, els descobriments de la qual, en un lloc i uns temps concrets, afavoreixen el progrés de la humanitat. Com a il·lustració d'aquest fet m'agrada recordar el naixement de la geometria (que en grec vol dir «mesura de la terra») a Egipte. Al mural de Pelegrino Tibaldi de la Biblioteca d'El Escorial, hi veiem representats uns sacerdots egipcis, geòmetres de l'època, mesurant camps per a un nou repartiment de les parcel·les de terra, els límits de les quals ha esborrat el riu Nil després de la seva crescuda anual.

D'altra banda, també les persones professionals de les matemàtiques, com a personatges històrics, atrauen l'interès de molts artistes i apareixen representades en les seves obres. Fixem-nos en un matemàtic de l'antiguitat, amb un llarg recorregut històric, com és el cas de Pitàgores. D'ell trobem escultures i quadres de totes les èpoques, des de testes de l'època hel·lenística i romana, fins a quadres de Rafael, Snyders, Rubens o Picasso. Un dibuix d'aquest darrer artista es pot veure a la il·lustració inferior. També és curiosa una estàtua amb la testa de Pitàgores i les taules de multiplicar: la primera fila representa els múltiples d'u, la segona els múltiples de dos i així successivament.

Més estrany és trobar reflectida la matemàtica com a ciència, i els seus resultats o descobriments a l'art. Aquest tipus de manifestació de les matemàtiques a l'art implica un esforç considerable per part de l'artista per copsar el significat dels resultats matemàtics per poder fer-ne després la interpretació artística pròpia. L'obra *Euclides, Els Elements, proposició I.47* d'Icardi, exposada al MMACA, n'és un exemple. Amb el nom Icardi signen el treball conjunt una parella d'artistes, Imma i Josep Vall, germans, pintora i matemàtic, respectivament. Aquest quadre interpreta el conegut teorema de Pitàgores i la seva demostració inspirada en el

diagrama que apareix en la proposició 47 del primer *Elements* d'Euclides.

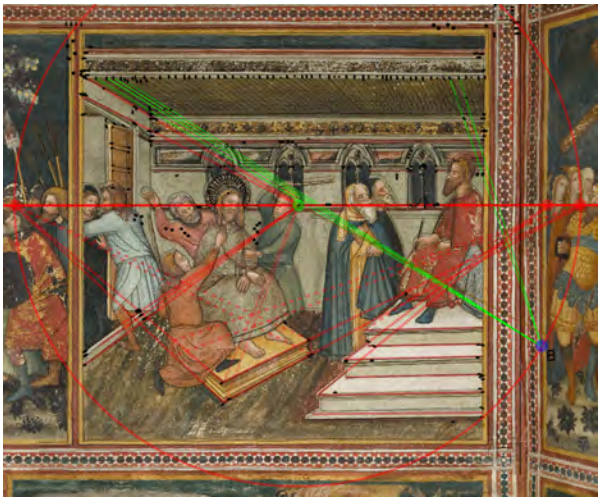
El teorema de Pitàgores ha atret l'atenció de molts artistes. Mostro a continuació una controvertida interpretació artística d'aquest teorema de l'artista contemporani americà Mel Bochner titulada *Meditation on the Theorem of Pythagoras*, que va il·lustrar la portada d'un número especial, de gener del 2009, de la revista matemàtica *The College Mathematics Journal*. L'obra evoca la relació entre les longituds dels costats $3 - 4 - 5$ d'un triangle rectangle i les àrees dels quadrats sobre aquests costats. Bochner va elaborar aquesta peça col·locant nous directament sobre el terra i un traç de guix, materials que haurien estat a l'abast del mateix Pitàgores. L'artista explica que la creació d'aquesta obra va tenir lloc amb motiu d'una visita seva a les ruïnes d'un temple a Metapont, la ciutat on es creu que va morir Pitàgores. La col·locació de les nous interpreta d'una manera molt lliure el concepte àrea. El mateix artista ja es va adonar que de les 50 nous ($3^2 + 4^2 = 5^2$, és a dir, $9 + 16 = 25$) que tenia preparades, li'n van sobrar tres. Alguns dels lectors de la revista van manifestar el seu rebuig a l'obra, en considerar que no il·lustra acuradament el teorema de Pitàgores. Això va obrir un interessant debat entre matemàtics sobre aquest tipus de manifestació de les matemàtiques a l'art. És un debat al qual us convido a reflexionar, perquè cadascú descobreixi el seu propi punt de vista. Per la meva part, comparteixo plenament la reflexió del mateix Bochner: «L'art no és una il·lustració d'unes idees sinó una reflexió sobre aquestes idees».



Seguint amb aquest mateix tipus de manifestació de les matemàtiques a l'art, a casa nostra el cèlebre Salvador Dalí va interpretar en diverses obres conceptes i resultats matemàtics i físics. La fotografia ens permet veure l'artista amb el seu quadre *Cua d'oreneta*. Es tracta d'un tipus de singularitat matemàtica coneguda en la teoria de catàstrofes, desenvolupada pel matemàtic, i amic de l'artista, René Thom.

Tanmateix, la manifestació de les matemàtiques a l'art per excel·lència és com a eina en l'execució de l'obra artística. Com a eines matemàtiques en l'àmbit artístic podem esmentar la proporció, la simetria, el gradient de calidesa o el de saturació de color, el gradient de mida i la perspectiva. M'atreveixo a afirmar que aquestes eines són omnipresents en tota obra artística, ja que la seva inclusió o omissió en l'obra d'art permeten a l'artista transmetre un determinat missatge o efecte estètic.

Aquesta afirmació se m'ha fet evident després de reflexionar sobre l'estudi de perspectiva de les pintures murals de Ferrer Bassa a la capella de Sant Miquel del monestir de Pedralbes. El perfecte encaix geomètric de tota l'estructura compositiva palesa el rigor i la sòlida base de coneixements amb què es van concebre i planificar aquests frescos. El més sorprenent és trobar al segle XIV, en què l'art gòtic estava en la seva plenitud, l'ús de la perspectiva d'una forma tan acurada, que requereix el coneixement de les seves lleis matemàtiques. Mostraré els detalls de l'explicació d'aquest estudi de perspectiva en la segona part d'aquest article.



La literatura sobre història de l'art acostuma a presentar la perspectiva (com a mètode per representar l'espai de tres dimensions en un suport bidimensional) com un descobriment del renaixement, iniciat per Filippo Brunelleschi, arquitecte i escultor italià del segle XV, compartit amb els artistes coetanis com Luca della Robbia, Ghiberti o Masaccio, i desenvolupada amb rigor per Alberti. Això no obstant, em va sorprendre molt poder constatar la presència de mètodes perspectius en una època tan primerenca com la de Ferrer Bassa. En aquest sentit, la lectura del llibre *La perspectiva invertida* de Pável Florenski, recomanada per Lídia Font i Pagès, conservadora en cap del MUHBA, va ser per a mi reveladora. Florenski sosté que les regles perspectives ja eren conegudes des de l'antiguitat grega i romana, i que segons aquestes regles ja confeccionaven els decorats dels antics teatres grecs i romans. De fet, podem observar pintures romanes conservades en cases pompeianes com la de la imatge que reprodueix una paret pintada de la vil·la d'Oplontis, amb punts de fuga marcats clarament en la composició, i altres exemples amb diversos elements perspectius.

Segons Florenski, els pintors de l'antiguitat van deixar d'usar la perspectiva, no per ignorància dels seus principis, sinó perquè senzillament no volien emprar-la, perquè la consideraven supèrflua i antiartística, conseqüència d'exigències de seva concepció de l'art pur. Certament, les idees de Plató, desenvolupades més tard per Plotí, rebutgen la representació de la perspectiva perquè alimenta una il·lusió òptica que condueix a un coneixement fals de la realitat. Això era un obstacle que entorpia el camí per percebre la veritat pura:

> «Un cop disposats quins eren aquests i de quina manera eren, els feren públics, als temples, i a cap dels pintors ni dels qui fan figures de cap mena no els era permès d'innovar contra aquests models, ni tan sols concebre'n cap altre que no fos dels tradicionals, ni tampoc ara no els és permès d'innovar, ni aquestes formes ni res de la música». PLATÓ, *Les Lleis*, 656d-657a.

> «A què es deu que els objectes allunyats semblin més petits i que, a gran distància, semblin estar en un interval poc considerable, mentre que els objectes propers

es veuen amb la seva *veritable* mesura i la seva *veritable* distància? [...] *Aleshores caldria que el mateix objecte estigués prop de l'ull per poder ser conegut amb les seves veritables dimensions.* [...] Mireu un turó en el qual hi ha mansions, jardins i altres coses. Si cadascun d'aquests objectes es veu amb nitidesa, es pot mesurar l'extensió del conjunt. Però quan cada objecte no presenta un aspecte nítid, som incapaços de precisar-ne cada detall i desconèixer així la mida total del turó. [...] *Quan es veuen en detall, es mesuren amb exactitud, es coneix la seva mesura total.* PLOTÍ, *Ennèades* II,8,1.

Aquestes idees van alimentar la posició iconoclasta bizantina, i van dominar en la moda pictòrica occidental durant centúries de l'edat mitjana fins al renaixement. El trencament amb aquesta concepció de l'art es va produir gràcies a la inquietud dels artistes renaixentistes a fi de tornar a generar imatges al més semblant possible a la percepció natural de l'ull humà.

Donem per tancat aquest preàmbul sobre manifestacions matemàtiques a l'art, i passem ara a reflexionar sobre algunes manifestacions artístiques a les matemàtiques.

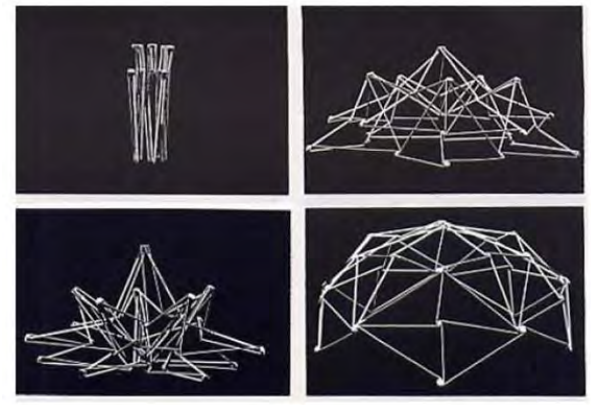
Com a manifestacions de l'art a les matemàtiques entenc tota manifestació plàstica que vehicula una trobada amb les matemàtiques a través dels cinc sentits: la vista, l'oïda, l'olfacte, el gust i, d'una manera especial, el tacte. El Museu de les Matemàtiques de Catalunya (MMACA) n'és un exponent clar.

Aprofitant que hem parlat abans del teorema de Pitàgores, al MMACA hi podem trobar diversos materials manipulatius que permeten experimentar la seva demostració, com es pot

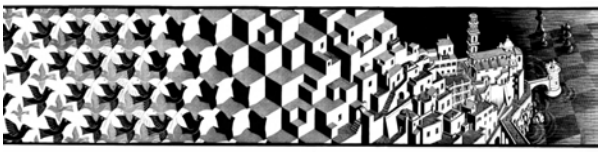
veure a les fotografies. És notable el mòdul de les balances pitagòriques, que permet «pesar» les àrees, i així endevinar enunciats més generals del teorema de Pitàgores mentre es comparen àrees d'altres figures (no quadrades) «recolzades» sobre un triangle rectangle (un costat de cada figura coincideix amb el costat d'un triangle rectangle). Així, l'art permet la visualització de conceptes i propietats, en facilita la comprensió i convida a la investigació. Pensar sobre allò que hem experimentat és un pas cap a l'abstracció.

Segons el meu parer, les experiències sensorials de les matemàtiques a través del tacte doten l'aprenentatge de les matemàtiques d'una càrrega de significat profund, que difícilment s'assoleix per altres mitjans. Per exemple, mai no oblidaré la relació entre els volums d'un con i el cilindre de la seva mateixa altura experimentada vessant aigua d'una figura geomètrica en l'altra. A més, tota experiència cinètica o sensorial de matemàtiques a través de l'art

és una oportunitat per a la integració de les intel·ligències múltiples a l'aula. En definitiva, l'art il·lumina les matemàtiques: ens permet entendre-les i ens fa dir: eureka!



D'altra banda, l'art genera matemàtiques. Certes expressions plàstiques, arquitectòniques o escultòriques plantegen problemes matemàtics nous. Un exemple en l'àmbit arquitectònic són les estructures plegables, que van ser la temàtica de la tesi doctoral de l'arquitecte Santiago Calatrava. En l'àmbit del disseny gràfic, destaquen les particions del pla del dibuixant holandès Maurits Cornelis Escher. Escher va haver d'investigar quines formes poden tessel·lar una superfície per crear els seus meravellosos mosaics.

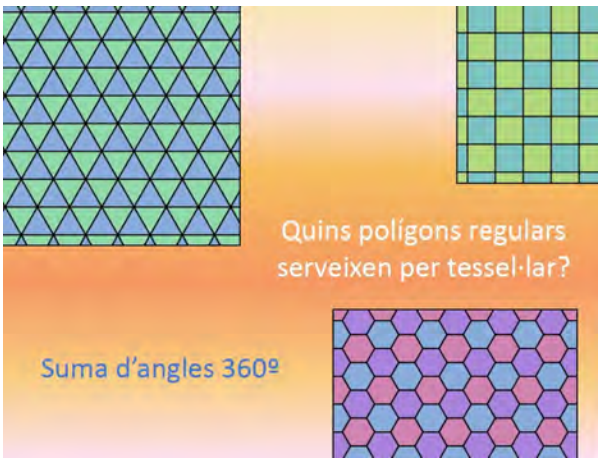


Malgrat que no disposava d'una formació matemàtica específica, l'obra d'Escher està fonamentada en idees i lleis matemàtiques, i per això aquest artista és admirat profundament per tantes persones que es dediquen a les matemàtiques:

> «En matemàtiques no vaig aconseguir mai ni tan sols un suficient. Tanmateix és curiós que sembla que m'estic ocupant de matemàtiques sense ni tan sols adonar-me'n. No, a l'escola vaig ser un noi simpàtic i totxo. Qui s'imaginaria que els matemàtics il·lustrarien els seus llibres amb els meus dibuixos, que em relacionaria amb homes tan erudits com si fossin els meus col·legues o germans! I ells no poden creure que jo no entengui ni un borrall del que diuen!»
> M. C. ESCHER.

A l'exposició temporal del MMACA «Quan l'art i les matemàtiques es toquen», s'hi ha exhibit una obra de Joan Antoni Blanc que planteja la mateixa pregunta que va investigar Escher: Com podem fer un mosaic repetint la mateixa forma? A la fotografia veiem l'artista plantejant el problema amb un disseny triangular durant la inauguració de l'exposició.

Aquesta temàtica és una font inesgotable de reptes que podem plantejar al nostre alumnat, i com a primer pas els podem convidar a descobrir que el triangle, el quadrat i l'hexàgon són els únics polígons regulars que tessel·len el pla.



En definitiva, l'art i les matemàtiques comparteixen multitud de punts de trobada. En la segona part d'aquest article, seguirem aprofundint en el diàleg entre les matemàtiques i l'art a partir de temàtiques comunes a les dues disciplines com són el color, la simetria, la forma i posició, i la perspectiva. Mostrarem alguns exemples de com la bellesa i la creativitat estan arrelades en totes dues, en un sentit que és propi de cadascuna d'elles: els raonaments vehiculen les matemàtiques mentre que la plàstica vehicula l'art.